

Equacions exponencials. Exercici 11

a)

$$2^x \cdot 2^{x-1} \cdot 2^{x+1} = 64$$

$$2^{x+x-1+x+1} = 2^6$$

$$2^{3x} = 2^6$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

b) Si ho fem calculant:

- 1
- 3
- 9
- 27
- 81
- 243
- 364**

Veiem que $x = 5$

Tenim la suma dels termes d'una progresió geomètrica :

$$1 + 3 + 9 + \dots + 3^x = 364$$

on el primer terme és 1, la raó 3 i x el nombre de termes

$$S_n = \frac{a_1(r^{n+1} - 1)}{r - 1} \text{ tindrem } 364 = \frac{1 \cdot (3^{x+1} - 1)}{3 - 2}$$

$$364 = \frac{3^{x+1} - 1}{2}$$

$$728 = 3^{x+1} - 1$$

$729 = 3^{x+1}$, si descomosem 729 en potències de 3

$$3^6 = 3^{x+1} \Rightarrow 6 = x + 1 \Rightarrow x = 5$$

c)

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{-x-3} = 32^{3x-2} \text{ descomosem en potències de 2}$$

$$\left(\frac{1}{2^4}\right)^{-x-3} = (2^5)^{3x-2} \text{ si ho arreglem}$$

$$(2^{-4})^{-x-3} = (2^5)^{3x-2} \Rightarrow 2^{4x+12} = 2^{15x-10} \Rightarrow 4x + 12 = 15x - 10 \Rightarrow x = 2$$

g)

$$5^{x+1} + 5^{x-2} + 5^x = \frac{151}{25} \quad \text{si ho escrivim millor}$$

$$5 \cdot 5^x + \frac{5^x}{25} + 5^x = \frac{151}{25} \quad \text{si traiem denominadors}$$

$$125 \cdot 5^x + 5^x + 25 \cdot 5^x = 151$$

$$151 \cdot 5^x = 151 \Rightarrow 5^x = 1 \Rightarrow x = 0$$

b)

$$7^{3x-2} = \sqrt{7^{x-1}} \Rightarrow 7^{3x-2} = \left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{x+1} \Rightarrow 7^{3x-2} = 7^{\frac{x+1}{2}}$$

$$\Rightarrow 3x - 2 = \frac{x+1}{2} \Rightarrow 6x - 4 = x + 1 \Rightarrow 5x = 5 \Rightarrow x = 1$$

f)

$$9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0 \quad \text{si possem } 9 = 3^2, \text{ tindrem}$$

$$3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0 \quad \text{si fem } 3^x = t, \text{ tindrem}$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0 \quad t = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} =$$

$$\frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \quad \text{aixó ens dóna 2 solucions: } t_1 = 3 \text{ i } t_2 = 1$$

$$\text{si } t_1 = 3 \quad 3^x = 3 \Rightarrow x_1 = 1$$

$$\text{si } t_2 = 1 \quad 3^x = 1 \Rightarrow x_2 = 0$$

h)

$$a^{x^2 - 2x - 4} = \frac{a^{11}}{a^8} = a^3$$

$$x^2 - 2x - 4 = 3 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$